

2026 학년도 1 학기 <기하> 수행평가  
 “기하의 언어로 읽는 세상”

※주의사항: 아래의 음영이 없는 빈칸을 모두 작성해야 합니다.

학번	31104	이름	박강민
주제	쌍곡선의 성질을 이용하여 두 관측소의 P 파 도달 시간 차이로부터 진앙지 구하기		
대단원	I.이차곡선	중단원	3.쌍곡선

서 론	이론적 배경	<p>■자신이 탐구 활동을 하기 위해 알아본 이론을 구체적으로 작성하시오.(글자크기 10 이며 10 줄 이상 작성)</p> <p>지진이 발생하면 진원에서 지진파가 사방으로 퍼져 나간다. 지진파에는 여러 종류가 있지만, 그중 P 파는 가장 빠르게 전파되기 때문에 관측소에 가장 먼저 도달한다. 따라서 여러 관측소에서 기록된 P 파의 도달 시간을 비교하면 지진이 발생한 위치, 즉 진앙을 추정할 수 있다.</p> <p>진앙은 지표면에서 진원의 바로 위에 해당하는 점이다. 이때 지진파가 지표면을 따라 일정한 속력으로 전파된다고 가정하면, 한 관측소까지 P 파가 도달하는 데 걸린 시간은 진앙과 관측소 사이의 거리에 비례한다. 즉, P 파의 속력을 <math>v</math>, 진앙에서 관측소까지의 거리를 <math>d</math>, 도달 시간을 <math>t</math> 라고 하면 다음과 같은 관계가 성립한다.</p> <p><math>d = vt</math></p> <p>두 관측소 A, B 에서 P 파가 도달한 시간을 각각 <math>t_A, t_B</math> 라고 하면, 두 관측소에 도달한 시간 차이는 <math>\Delta t =  t_A - t_B </math>이다.</p> <p>P 파의 속력이 일정하다고 가정하면, 이 시간 차이는 진앙에서 두 관측소까지의 거리 차이로 바꿀 수 있다.</p> <p><math> d_A - d_B  = v t_A - t_B </math></p> <p>여기서 <math>d_A</math> 는 진앙에서 관측소 A 까지의 거리, <math>d_B</math> 는 진앙에서 관측소 B 까지의 거리이다. 즉, 진앙은 두 관측소까지의 거리의 차가 일정한 점들의 집합 위에 존재한다.</p> <p>기하에서 쌍곡선은 두 초점으로부터의 거리의 차가 일정한 점들의 집합이다. 두 초점을 <math>F_1, F_2</math> 라고 할 때, 쌍곡선 위의 임의의 점 P 는 다음 조건을 만족한다.</p> <p><math> PF_1 - PF_2  = 2a</math></p> <p>따라서 두 관측소 A, B 를 쌍곡선의 두 초점으로 보면, P 파 도달 시간 차이로부터 얻은 거리 차 <math>v t_A - t_B </math> 는 쌍곡선의 거리 차 조건에 해당한다. 그러므로 진앙은 관측소 A, B 를 초점으로 하고 거리 차가 <math>v t_A - t_B </math> 인 쌍곡선 위에 위치한다.</p> <p>예를 들어 관측소 A 에 P 파가 먼저 도달했다면, 진앙은 관측소 A 에 더 가까운 쪽의 쌍곡선 가지 위에 있다. 반대로 관측소 B 에 먼저 도달했다면, 진앙은 관측소 B 에 더 가까운 쪽의 쌍곡선 가지 위에 존재한다.</p>
	탐구 대상	<p>■자신이 탐구하고자 하는 대상(예: 실험, 현상, 기존의 연구를 응용한 새로운 연구대상)이 무엇인지 구체적으로 작성하시오.(글자크기 10 이며 5 줄 이상 작성)</p>

# “기하의 언어로 읽는 세상”

	<p>내가 탐구하고자 하는 대상은 두 관측소에 기록된 P 파 도달 시간 차이를 이용하여 진앙이 존재할 수 있는 위치를 쌍곡선으로 나타내고, 여러 쌍곡선의 교점을 통해 진앙을 추정하는 과정이다. 일반적으로 지진이 발생하면 지진파는 진앙에서 여러 방향으로 퍼져 나가며, 관측소마다 P 파가 도달하는 시간이 다르게 기록된다. 이때 두 관측소에 P 파가 도달한 시간 차이는 진앙에서 두 관측소까지의 거리 차와 관련이 있다. 따라서 이 탐구에서는 P 파 도달 시간 차이라는 지진 관측 자료를 쌍곡선의 정의, 즉 “두 초점으로부터의 거리의 차가 일정한 점들의 집합”과 연결하여 분석하고자 한다.</p> <p>구체적으로는 두 관측소를 쌍곡선의 두 초점으로 설정하고, 두 관측소에서 측정된 P 파 도달 시간 차이에 P 파의 속력을 곱하여 거리 차를 구한다. 그러면 진앙은 두 관측소까지의 거리 차가 일정한 점들의 집합, 즉 쌍곡선 위에 존재하게 된다. 하지만 두 관측소만으로는 진앙이 쌍곡선 위의 어느 점인지 정확히 알 수 없기 때문에, 세 개 이상의 관측소 자료를 활용하여 여러 개의 쌍곡선을 그리고, 그 교점을 진앙의 위치로 추정하는 과정을 탐구한다.</p> <p>이 탐구의 핵심 대상은 실제 지진 자체라기보다는, 지진파 도달 시간 자료를 기하학적으로 해석하는 수학적 모델이다. 즉, 지진파가 일정한 속력으로 전파된다고 가정했을 때, 관측소 간 P 파 도달 시간 차이가 어떻게 쌍곡선으로 표현되는지, 그리고 이 쌍곡선들이 진앙 추정에 어떻게 활용될 수 있는지를 알아보는 것이 탐구의 중심이다.</p> <p>따라서 본 탐구는 지진이라는 자연 현상을 직접 실험하는 것이 아니라, 기존 지진 관측 원리를 기하 단원의 쌍곡선 성질에 적용한 수학적 모델링 탐구라고 할 수 있다. 이를 통해 기하에서 배우는 쌍곡선의 성질이 단순한 도형 개념에 그치지 않고, 실제 지진의 진앙을 찾는 데에도 응용될 수 있음을 확인하고자 한다.</p>
<p>본 론 탐구 결과</p>	<p>■자신이 탐구한 결과를 구체적으로 작성하시오. 이곳에는 다른 사람의 연구결과, 블로그, 논문을 가져오는 것이 아니라 <b>자신이 새롭게 주장하거나 밝힌 내용</b>을 서술하는 곳입니다. (글자크기 10 이며 15 줄 이상 작성, 구글 표절 프로그램 작동)</p>

# “기하의 언어로 읽는 세상”

내가 탐구한 결과, 두 관측소의 P 파 도달 시간 차이만으로는 진앙을 하나의 점으로 정할 수 없고, 진앙이 존재할 수 있는 ‘가능한 위치의 선’만 구할 수 있다는 것을 알 수 있었다. 이때 그 선은 원이 아니라 쌍곡선으로 나타난다.

처음에는 지진 관측소에서 P 파가 도달한 시간 차이를 알면 진앙을 바로 찾을 수 있을 것이라고 생각했다. 하지만 두 관측소 A, B 에 도달한 시간 차이는 진앙에서 두 관측소까지의 거리 차만 알려줄 뿐이었다. 예를 들어 P 파 속력을  $v$ , 두 관측소의 P 파 도달 시간 차이를  $\Delta t$  라고 하면 거리 차는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$|d_A - d_B| = v\Delta t$$

즉, 진앙은 관측소 A와 B까지의 거리 차가  $v\Delta t$  로 일정한 점이어야 한다. 그런데 기하에서 두 점으로부터의 거리 차가 일정한 점들의 집합은 쌍곡선이다. 따라서 나는 두 관측소를 쌍곡선의 초점으로 보면, 진앙의 후보 위치는 쌍곡선 위에 나타난다고 정리할 수 있었다.

내가 밝힌 핵심적인 결과는 다음과 같다.

진앙은 한 관측소에 더 빨리 도달한 쪽에 가까운 쌍곡선 가지 위에 존재한다.

예를 들어 관측소 A 에 P 파가 관측소 B 보다 먼저 도달했다면, 진앙은 A 에 더 가까워야 한다. 따라서 쌍곡선 전체 중에서도 A 에 가까운 쪽 가지가 진앙의 후보가 된다. 반대로 B 에 더 먼저 도달했다면 진앙은 B 에 가까운 쪽 가지 위에 있어야 한다. 이 점을 통해 단순히 쌍곡선을 그리는 것에서 끝나는 것이 아니라, P 파가 먼저 도달한 관측소가 어느 쪽인지에 따라 진앙 후보의 방향까지 판단할 수 있다는 결론을 얻었다.

또한 두 관측소만 사용할 경우 진앙 후보가 무수히 많다는 것도 알게 되었다. 쌍곡선 위의 모든 점이 같은 거리 차 조건을 만족하기 때문에, 두 관측소의 자료만으로는 진앙을 정확히 하나의 점으로 결정할 수 없다. 따라서 진앙을 더 정확히 찾기 위해서는 세 번째 관측소가 필요하다.

세 번째 관측소 C 를 추가하면, 관측소 A와 C 사이의 P 파 도달 시간 차이로부터 또 다른 쌍곡선을 만들 수 있다. 그러면 진앙은 두 쌍곡선을 동시에 만족하는 지점, 즉 두 쌍곡선의 교점으로 좁혀진다. 따라서 나는 진앙 추정은 여러 쌍곡선의 교점을 찾는 과정으로 해석할 수 있다는 결론을 내렸다.

이 탐구를 통해 나는 지진의 진앙을 찾는 과정이 단순히 과학적인 관측만으로 이루어지는 것이 아니라, 기하에서 배우는 쌍곡선의 성질과 직접적으로 연결된다는 점을 확인했다. 특히 P 파 도달 시간 차이는 진앙의 정확한 위치를 바로 알려주는 값이 아니라, 진앙이 존재할 수 있는 쌍곡선을 결정하는 값이라는 점이 중요하다고 생각했다.

따라서 내가 새롭게 정리한 주장은 다음과 같다.

진앙 찾기에서 P 파 도달 시간 차이는 ‘위치’를 바로 알려주는 자료가 아니라, 진앙이 존재할 수 있는 쌍곡선 조건을 만드는 자료이다. 그리고 여러 관측소의 시간 차이를 함께 이용하면, 여러 쌍곡선의 교점을 통해 진앙을 하나의 위치로 좁혀 갈 수 있다.

이 결과를 통해 쌍곡선은 단순한 이차곡선이 아니라, 실제 지진 관측 자료를 해석하는 데 사용할 수 있는 수학적 도구라는 것을 확인할 수 있었다.

결론

논의 및

■ 자신이 탐구하면서 발견한 한계점을 분석하고 후속 탐구 활동을 어떠한 방향으로 진행할 것인지 작성하시오. (글자크기 10 이며 5 줄 이상 작성)

## “기하의 언어로 읽는 세상”

## 제언

이번 탐구에서는 두 관측소의 P 파 도달 시간 차이를 이용하면 진앙의 후보 위치가 쌍곡선으로 나타난다는 점을 확인했다. 하지만 탐구를 진행하면서 이 방법에는 몇 가지 한계가 있다는 것도 알게 되었다.

가장 큰 한계는 P 파의 속력을 일정하다고 가정했다는 점이다. 탐구에서는 계산을 단순하게 하기 위해 P 파가 모든 방향으로 같은 속력으로 이동한다고 보았다. 그러나 실제 지구 내부는 균일한 구조가 아니며, 암석의 종류나 밀도, 온도 등에 따라 지진파의 속력이 달라질 수 있다. 따라서 실제 상황에서는 단순히  $d = vt$  라는 식만으로 진앙과 관측소 사이의 거리를 정확하게 구하기 어렵다. 이 때문에 내가 만든 쌍곡선 모델은 실제 지진의 진앙을 완벽하게 찾는 방법이라기보다는, 진앙 추정 원리를 단순화하여 설명하는 수학적 모델이라고 볼 수 있다.

두 번째 한계는 지구 표면을 평면으로 가정했다는 점이다. 이번 탐구에서는 관측소와 진앙을 좌표평면 위의 점으로 나타내고 쌍곡선을 이용해 위치를 추정했다. 하지만 실제 지구는 구형에 가까우므로, 먼 거리를 이동하는 지진파의 경로를 평면 위의 직선 거리로 표현하는 데에는 오차가 생길 수 있다. 특히 관측소 사이의 거리가 멀수록 평면 좌표를 이용한 계산은 실제 위치와 차이가 커질 가능성이 있다.

세 번째 한계는 관측소의 수가 적을 경우 진앙을 정확히 특정하기 어렵다는 점이다. 두 관측소만 사용하면 진앙 후보가 하나의 쌍곡선 전체로 나타나기 때문에 정확한 위치를 알 수 없다. 세 관측소를 사용하면 두 쌍곡선의 교점으로 진앙을 좁힐 수 있지만, 실제 관측에서는 측정 오차가 존재하기 때문에 쌍곡선들이 한 점에서 정확히 만나지 않을 수도 있다. 따라서 실제 자료에서는 여러 관측소의 데이터를 함께 사용하여 가장 그럴듯한 위치를 추정해야 한다.

네 번째 한계는 P 파 도달 시간을 정확히 읽는 과정에서 오차가 발생할 수 있다는 점이다. 지진 기록에는 잡음이 섞일 수 있고, P 파가 처음 도달한 시점을 사람이 판단하거나 프로그램이 감지하는 과정에서 약간의 차이가 생길 수 있다. 도달 시간의 작은 오차도 P 파 속력과 곱해지면 거리 차의 오차로 커질 수 있다. 예를 들어 P 파 속력이 크다면 1 초의 시간 오차도 수 km의 위치 오차로 이어질 수 있다.

이러한 한계를 바탕으로 후속 탐구는 단순한 쌍곡선 모델을 실제 상황에 더 가깝게 보정하는 방향으로 진행할 수 있다.

먼저, P 파의 속력을 하나의 일정한 값으로 두지 않고, 지층에 따라 속력이 달라지는 경우를 가정해 볼 수 있다. 예를 들어 특정 구간에서는 속력이 빠르고, 다른 구간에서는 속력이 느리다고 설정한 뒤, 진앙 후보의 위치가 기존 쌍곡선과 어떻게 달라지는지 비교할 수 있다. 이를 통해 실제 지구 내부 구조가 진앙 추정에 어떤 영향을 주는지 분석할 수 있다.

또한 평면 좌표 대신 위도와 경도 좌표를 이용하는 방법으로 탐구를 확장할 수 있다. 실제 관측소의 위치는 위도와 경도로 주어지기 때문에, 후속 탐구에서는 단순한 x,y 좌표가 아니라 실제 지도 위의 좌표를 이용하여 진앙을 추정하는 모델을 만들어 볼 수 있다. 이렇게 하면 평면 기하 모델과 실제 지리 좌표 모델 사이의 차이를 비교할 수 있다.

그리고 관측소의 개수를 늘렸을 때 진앙 추정이 얼마나 정확해지는지도 탐구할 수 있다. 예를 들어 관측소를 3 개, 4 개, 5 개로 늘려 가며 쌍곡선의 교점이 어떻게 좁혀지는지 비교하면, 관측소 수가 많아질수록 오차를 줄이는 데 어떤 효과가 있는지 확인할 수 있다.

마지막으로, 측정 오차를 일부러 넣어 보는 후속 탐구도 가능하다. P 파 도달 시간에  $\pm 0.1$  초,  $\pm 0.5$  초,  $\pm 1$  초 정도의 오차를 주고, 그에 따라 진앙 후보가 얼마나 이동하는지 분석하면 실제 지진 관측에서 시간 측정의 정확성이 얼마나 중요한지 알 수 있다.

따라서 후속 탐구 활동은 다음과 같은 방향으로 정리할 수 있다.

결론적으로 이번 탐구는 쌍곡선의 성질을 이용해 진앙을 추정하는 기본 원리를 이해하는 데 의미가 있었다. 다만 실제 지진은 지구 내부 구조, 관측 오차, 지표면의 곡률 등 다양한 요소의 영향을 받기 때문에, 후속 탐구에서는 이러한 요소들을 추가하여 모델을 더 현실적으로 발전시키는 방향으로 진행하고자 한다.

2026 학년도 1 학기 <기하> 수행평가

# “기하의 언어로 읽는 세상”